一般社団法人
国際数理科学協会会報

No.83/2012.9

編集委員： 藤井淳一（委員長）

目次

国際数理科学協会代表理事就任のご挨拶

国際数理科学協会 代表理事
寺岡義伸
（大阪府立大学名誉教授）

古希を迎え、２度目の定年退職を機会に、全ての学会活動から身を引き、リハビリを続けながら趣味に生きる生活をと、計画していました矢先、とんでもない大役を引き受けることになってしまいました。

会報５月号に書かれてありましたように、この３月末の総会（代議員会）で、国際数理科学協会代表理事（会長・SCMJ 誌編集委員長）を務めて来られました長尾壽夫大阪府立大学名誉教授が、突然、代表理事の辞意を表明され、承認されてしまいました。

このため、理事会では後任の代表理事を選出することなりましたが、この協会は、他の学協会と異なり、代表理事は、堺東にある協会事務所へ定期的に通い, 会の運営のみならず事務万端に至るまでの業務に携わらなければならない条件があり、選出に難航を極めました。3ヶ月の経過の後、この３月末近畿大学を定年で退職し、現在、大阪府立大学名誉教授となっております、副会長の私（寺岡義伸）が引き受けさせていただくことを承諾し、理事全員の賛成をいただくことで、やっと、代表理事が決まりました。今までの会長・論文誌編集委員長と比べて随分見劣りがし、加えてこの３月には頚椎変形症（首の脊柱管狭窄症）で手術を受けた、まさしく、心身共に頼りない代表理事、鏡に映した顔を眺める日が続いております。会員の皆様におかれましては、このような頼りない代表理事ではありますが、国際数理科学協会のため、ご協力下さいますよう、よろしくお願い申し上げます。

話はそれますが、一昨年から、SCMJ 誌へ投稿して下さる論文数が著しく減少し、それまで年６冊発行しておりましたSCMJ 誌を、昨年から年３冊発行に切り替えました。今年も、投稿論文数が少なく、SCMJ 誌の存続に危機感を持っております。純粋数学から応用数理まで幅広くカバーし、1948 年創刊以来の伝統を持つジャーナルです。SCMJ 誌で発表された論文を基礎にその分野で世界に名を知られるようになった研究者も多くおられます。このような歴史を考えます時、SCMJ 誌を存続させるのは、私達会員の使命ではないでしょうか。会員皆様からの

投稿をお願いします。また、会員の皆様の身近で可能性のある研究者に気が付かれましたら、どうかSCMJ誌へ論文を投稿するよう勧めて下さいますよう、お願いします。

新年度役員

以下の先生方に新しい役員をお願いすることになりました。敬称は省略させていただきます。会の運営にご尽力よろしくお願い申し上げます。

理事：

寺岡義伸（会長）	佐藤優子（庶務）	石井博昭（研究普及）
曽布川拓也（研究普及）	高橋渉（国際）	藤井淳一（編集）
熊谷悦生（年会）	長尾壽夫（顧問）	中西シヅ（顧問）
藤井正俊（顧問）		

監事：

植松　康裕

論文誌編集委員会理事：

佐藤　俊輔	中井　英一	田畑　吉雄
服部　泰直	八木　厚志	

代議員：

石井　博昭	石井　伸郎	植松　康裕	河上　哲
北　広男	北原　和明	熊谷　悦生	金　正道
佐藤　俊輔	佐藤　優子	地道　正行	鈴木　武
曽布川　拓也	高橋　渉	棚橋浩太郎	玉置　健一郎
田畑　吉雄	寺岡　義伸	中井　英一	長尾　壽夫
中西　シヅ	渚　勝	服部　泰直	藤井　淳一
藤井　正俊	宝崎　隆祐	八木　厚志	八杉　満利子
山崎　武	和多田　淳三		

2012年度国際数理科学協会年次大会 報告 (8/25実施分)

「統計的推測と統計ファイナンス」分科会研究集会

日時：平成24年8月25日(土) 10:00〜16:30

場所：大阪府立大学なかもずキャンパス A13-228

発表者，題目，概要： (1)〜(6)

(1) **庄谷 友吾** (大阪府立大学 大学院 理学系研究科)

『Cox回帰モデルにおける nested case-control データに基づく生存時間解析』

生存時間解析における観測方法の1つとして nested case-control サンプリング法を紹介する。これは、従来のコーホート・サンプリング法より大幅に観測コスト下げ、しかも、推定精度を同程度に保つことを Langholtz and Goldstein (1996) の結果を引用し、報告する。

(2) **畑中 悠作** (大阪府立大学 大学院 理学系研究科)

『Cox回帰モデルにおける回帰パラメータの推定法の比較』

Cox 回帰モデルにおける回帰パラメータの推定法として、Gradowska and Cooke (2012) が提案した方法を紹介する。さらに、彼らのシミュレーション結果に基づいて、回帰モデルが誤って指定された場合、彼らの方法が、最大部分尤度推定法よりも偏りの絶対値が小さいという意味で、良いことを報告する。

(3) **宮本 大輔** (東京大学情報基盤センター)

『難読化された JavaScript コードのクラスタリングによる分類』

近年，難読化された Javascript コードによって記述された悪意のウェブサイトへの対策が求められている。このコードの解読を効率的に行うため抽象構文木を使ったプログラムの類似性を測定する研究，とりわけ抽象構文木に基づいて生成される Fingerprint に着目する．マルウェア対策のための研究用データセット，独自に収集したフィッシングサイトのデータセットから抽出した Fingerprint の EM クラスタリングによる分類を試み，この結果について議論する．

(3) **熊谷 悦生** (大阪大学 基礎工学研究科)

『On Divergence Measures and Jensen Difference』

様々なダイバージェンス測度のレビューを行い、ファイダイバージェンスの性質にも言及した。離散確率分布でない年齢別死亡率のアクチュアル・グラジュエーション解析において、Jensen 差異を用いた解析例を示した。

(4) **地道 正行** (関西学院大学 商学部)

『線形基底関数モデルにおける実行可能型一般化リッジ回帰推定量の正確モーメント』

過学習に関する問題に対して、最小自乗推定量の推定精度を改良するために実行可能型一般化リッジ回帰推定量を線形基底関数モデルへ応用することを考えた。特に、線形回帰モデルに対するこれまでの結果を利用して正確なモーメントを与え、さらに総平均2乗誤差などの評価基準を正確に求めた。

(5) **藤井 孝之** (大阪大学 大阪大学 金融・保険教育研究センター)

『ジャンプ型マルコフ過程のノンパラメトリック推定 』

本講演では、ジャンプ型マルコフ過程のノンパラメトリック推定について報告する。はじめに、この確率過程に対する局所時間を定義し、その確率積分表現を与える。これをもとに、定常密度関数、強度関数およびジャンプサイズの条件付き分布に対するノンパラメトリック推定量を構築し、その漸近的性質についていくつか紹介する。

(6) **林 利治** (大阪府立大学 理学系研究科)

『特性関数を用いたボラティリティの推定法について』

株価のボラティリティを Lévy 過程を用いて確率過程としたモデルにおける特性関数に基づく推定法 (Taufer et al. (2011)) を紹介する。この推定法は、尤度の導出を必要としないので、比較的簡単に適用できることや、得られる推定量が一致性、漸近正規性をもつことを話す。

「確率モデルと最適化」分科会研究集会

＊合同開催：日本オペレーションズ・リサーチ学会　研究部会「不確実性環境下での意思決定科学」

日時：平成 24 年 8 月 25 日 (土) 13:00〜17:30

場所：西宮市大学交流センター 講義室 2

発表者，題目，概要： (1)〜(4)

(1) **中西 真悟** (大阪工業大学，大阪大学)

『手数料を考慮した繰返しコイン投げの賭けにおける勝者の総獲得賞金と試行回数の関係』

多数のプレイヤーによる繰返しコイン投げゲームに，手数料を得るゲーミング企業の収益と，勝者の最大獲得賞金総額やそのときの敗者の損失傾向を試行回数との関係として考察した．また，勝者のリスク回避と敗者のリスク愛好的傾向について，べき関数による鏡映効果のモデル化を試み，その均衡関係を導出した．

(2) ***西原 理** (大阪大学)、**芝田 隆志** (首都大学東京)

『Investment timing with fixed and proportional costs of external financing』

We develop a dynamic model in which a firm exercises an option to expand production with cash balance and costly external funds. While related papers explain their results only by numerical examples, we analytically prove the following results. In the presence of only a proportional cost of external financing, the firm with more cash balance invests earlier; however, the presence of both proportional and fixed costs leads to a non-monotonic relation between the investment time and cash balance. The firm with more cash balance invests later to save a fixed cost, particularly when the cash balance is close to the investment cost. Our results can potentially account for a variety of empirical results concerning the relation between investment volume and financing constraints.

(3) **堀口 正之** (神奈川大学)

『推移法則が未知のマルコフ決定過程について』

マルコフ決定過程において，状態観測をもとにして，推移法則を点推定しながら決定変数の値を選択して行く適応型の問題と，ベイズ推定によるマルコフ集合連鎖を構築する区間型の問題について考察した．具体的な数値例も示しながら，それぞれのモデルの定式化及び手法の紹介と今後の展開について議論した．

(4) **玉置 光司** (愛知大学)

『秘書問題の最近の動向』

2002 年応用数理（日本応用数理学会）の特集号にサーベイ論文「秘書問題の諸相と展開」を載せたので，その時点までの展開はそちらを御覧いただきたい．今回新たな機会を得たので，その後の 10 年間の展開を Samuels, Gnedin, Samuel-Cahn, Krieger, Bruss の仕事を中心に紹介した．

＊寄稿

Daleckii-Krein の行列微分公式について

大阪教育大学 教養学科（情報科学）　藤井淳一

1　はじめに

行列の一つの特性として積の非可換性があることは異論がないと思います。量子力学の枠組みでは、「トレースの巡回性などを利用して制限された可換性を利用することでいかに非可換な行列に対処するか」という側面もあるでしょう。また、非可換性から派生し、よく挙げられる相違例は「作用素単調性」でしょう。エルミット行列全体に「非負定値性」によって順序構造が入りますが、「$0 \leq A \leq B$ であっても $A^2 \leq B^2$ とはならないが $A^{1/2} \leq B^{1/2}$ は正しい」というのはよく知られた事実です。

一方直接的には、正則行列の微分可能関数 $\gamma(t)$ において、

$$\frac{d\gamma(t)^{-1}}{dt} = -\gamma(t)^{-1}\dot{\gamma}(t)\gamma(t)^{-1}$$

というよく知られた公式 (cf. [1]) がありますが、正定値行列の微分可能関数で $\gamma(t)^{1/2}$ などの微分になると、お手上げになってしまいます。最近では正定値行列全体を微分可能多様体とみて幾何学的な考察を加え、様々な Riemann 計量や Finsler 計量を入れて測地線を求めたりします ([2, 12, 13]) が、そんなときに微分する必要が当然ありますし、私もその件で（SCMJ 誌も含め）何件かの論文を書かせていただきました ([4, 5, 6])。特に幾何平均と密接に関係するので fractional power は不可欠で、その時に活用したのが上記の公式ですが、Bhatia [1] 以外にはそのように呼んでいるものは少ないので、広報活動も兼ねています（Bernstein [3] のような分厚い辞書的なテキストにも見当たらないようです）。一般的には、Horn-Johnson [1] の方が使いやすいので、その形で紹介していきます。いくつか注意することもありますので、ゆっくり話を進めます。

連続微分可能な行列関数（ここでは単純に **path** と呼ぶことにして）$\gamma(t)$ を考えます。話を単純にするためにエルミット行列の関数に話を限りましょう。すると、ユニタリ行列の座標変換によって対角化できます: $\mathrm{diag}\,(d(t)_j) = D_t = U_t^*\gamma(t)U_t$.

ここで、よく勘違いされているので注意したいのは、たとえ $\gamma(t)$ が (無限回) 連続微分可能であっても、U_t の連続性が保証されないことです。前述の [1] にもこの例を挙げて注意されていますが、もともとは加藤敏夫先生の古典的名著 [1, II §5 3] にも載っている例です：

$$\gamma(t) = \exp\left(-\frac{1}{t^2}\right)\begin{pmatrix}\cos\frac{2}{t} & \sin\frac{2}{t}\\ \sin\frac{2}{t} & -\cos\frac{2}{t}\end{pmatrix}\quad (t>0),\qquad \gamma(0)=0$$

と決めると、C^∞ クラスに属しますが、0 では解析的ではありません。固有値は $\pm e^{-1/t^2}$ でこれも C^∞ クラスで、各単位固有ベクトルは、

$$\begin{pmatrix}\cos\frac{1}{t}\\ \sin\frac{1}{t}\end{pmatrix},\qquad \begin{pmatrix}\sin\frac{1}{t}\\ -\cos\frac{1}{t}\end{pmatrix}$$

ですが、これは 0 で連続ですらありませんので、U_t も同様です。したがって、対角化の方法は、微分公式を求めるには一見無力のように見えますが、そうでないところがこれから述べる公式のすごいところです。

さて、関数 F が連続微分可能であれば、合成行列関数 $F(\gamma(t))$ もそうなることは知られています。その時、次の、**Daleckii-Krein の公式**（以下、**DK 公式** と呼びます）

$$\frac{dF(\gamma(t))}{dt} = U_t\left(\left(F^{[1]}(d_i(t),d_j(t))\right)\circ U_t^*\dot{\gamma}(t)U_t\right)U_t^*.$$

が成り立ちます（証明は次節）。ここで $\circ$ は、行列の各成分の積をとる **Hadamard 積**（正確には **Schur 積**と呼ぶべきですが、慣例上このままで使います）で、$F^{[1]}(x,y)$ は **divided difference** と呼ばれる区間変化率 $(F(x)-F(y))/(x-y)$（$x\neq y$ のとき）もしくは微分係数 $F'(x)$（$x=y$ のとき）です。上記の注意があれば、これが成立する重要性がわかるでしょう。本稿では、この公式をめぐる話を述べていきます。

2　DK 公式の証明

[1] では少し込み入った証明をしていますので、ここでは先刻東北大を退職された日合文雄先生から直接教わった非常にシンプルなものを紹介します。

まず単項式 $F_n(x)=x^n$ を考えて、$x\neq y$ としますと、

$$F_n^{[1]}(x,y) = \frac{x^n-y^n}{x-y} = \sum_{k=1}^{n} x^{k-1}y^{n-k}$$

となりますが、divided difference は $x=y$ の場合も含めて、

$$F_n^{[1]}(x,y) = \sum_{k=1}^{n} x^{k-1}y^{n-k}$$

となっています。DK 公式の行列部分は、次のようになります:

$$\left(F_n^{[1]}(d_i(t),d_j(t))\right) = \left(\sum_{k=1}^{n} d_i(t)^{k-1}d_j(t)^{n-k}\right).$$

したがって、任意行列 Z について

$$\left(F_n^{[1]}(d_i(t),d_j(t))\right)\circ Z = \sum_{k=1}^{n}\mathrm{diag}\left(d_i(t)^{k-1}\right)Z\,\mathrm{diag}\left(d_i(t)^{n-k}\right) = \sum_{k=1}^{n} D_t^{k-1}ZD_t^{n-k}$$

となりますので、

$$\begin{aligned}U_t\left(\left(F_n^{[1]}(d_i(t),d_j(t))\right)\circ U_t^*\dot{\gamma}(t)U_t\right)U_t^* &= \sum_{k=1}^{n} U_tD_t^{k-1}U_t^*\dot{\gamma}(t)U_tD_t^{n-k}U_t^* \\ &= \sum_{k=1}^{n}\gamma^{k-1}\dot{\gamma}\gamma^{n-k}(t) = (\gamma(t)^n)'.\end{aligned}$$

このことから、すべてのスペクトルを含む有界閉区間で $\sum_{j=0}^{n(k)} t_j^{(k)}x^j \longrightarrow F\ (k\to\infty)$ と、一様に多項式近似できますので、結論が導けます：

$$\frac{dF(\gamma(t))}{dt} = U_t\left(\left(F^{[1]}(d_i(t),d_j(t))\right)\circ U_t^*\dot{\gamma}(t)U_t\right)U_t^*.$$

3　Löwner の作用素単調関数

実は、divided difference で作られた行列 $\left(F^{[1]}(d_i(t),d_j(t))\right)$ は、**Löwner matrix** と呼ばれているものです。開区間 $\mathcal{I}$ 上の**行列単調関数** F とは、固有値が $\mathcal{I}$ に含まれるエルミット行列において、

$$A \leq B \quad \Longrightarrow \quad F(A) \leq F(B)$$

が常に成り立つ関数のことで、「はじめに」で述べましたように $F(x)=\sqrt{x}$ は行列単調ですが、x^2 は違います。Löwner は、「任意の $d_j \in \mathcal{I}$ について該当する行列 $A,\ B$ と同じサイズの Löwner matrix $\left(F^{[1]}(d_i,d_j)\right)$ が非負定値になること」がこの単調性と同値になることを示しました [1]。すべてのサイズで行列単調であれば、Hilbert 空間上のエルミット作用素でもこの単調性が成り立ちますので、**作用素単調関数**と呼ばれます。サイズを気にする場合には、n-行列単調関数という言い方もします。当時は複雑な証明にならざるを得ませんが、DK 公式があれば、このことは見やすくなります：

$A \leq B$ となる場合に path $\gamma(t)=(1-t)A+tB$ を考えますと、$\dot\gamma(t)=B-A\geq 0$ で、単調に増大します。もし、常に Löwner matrix が非負定値ならば、Schur 積定理より、非負定値行列の Hadamard 積は非負定値ですから、

$$\frac{dF(\gamma(t))}{dt} = U_t\left(\left(F^{[1]}(d_i(t),d_j(t))\right)\circ U_t^*(B-A)U_t\right)U_t^* \geq 0$$

が成り立ち、

$$F(B)-F(A)=F(\gamma(1))-F(\gamma(0))=\Big[F(\gamma(t))\Big]_0^1=\int_0^1\frac{dF(\gamma(t))}{dt}dt\geq 0$$

がわかります。逆に F が行列単調であれば、$d_k \in \mathcal{I}$ について、$A=\operatorname{diag}(d_k)$ とすると、$U_0=I$ となって DK 公式は $t=0$ のとき U_0 が消えてシンプルになります。さらに、$I(n)$ をすべての要素が 1 の A と同サイズの非負定値行列（Hadamard 積での単位元）とすれば、十分小さい $\varepsilon>0$ について、$B=A+\varepsilon I(n)\geq A$、$\sigma(B)\in\mathcal{I}$ ですから、$t=0$ の微係数を求めて

$$\begin{aligned}0 \leq \frac{dF(\gamma)}{dt}(0) &= \left(\left(F^{[1]}(d_i(0),d_j(0))\right)\circ\varepsilon I(n)\right)\\ &=\varepsilon\left(\left(F^{[1]}(d_i,d_j)\right)\circ I(n)\right)=\varepsilon\left(F^{[1]}(d_i,d_j)\right)\end{aligned}$$

となって、すべての Löwner matrix は非負になります。以上のように、Löwner matrix が行列単調性を特徴づける様子が、DK 公式によって非常に見通し良く理解できます。

4　Lyapunov 方程式との関連

Lyapunov 方程式 $AX+XA=Y$ の解は、A が正定値行列の場合に

$$X=\int_{-\infty}^0 e^{tA}Ye^{tA}dt$$

であることもよく知られています。実際、

$$AX+XA=\int_{-\infty}^0\left(Ae^{tA}Ye^{tA}+e^{tA}Ye^{tA}A\right)dt=\Big[e^{tA}Ye^{tA}\Big]_{-\infty}^0=Y-0=Y$$

より、解になっていることが確かめられます。

この解も、$\mathrm{diag}\,(d_j) = D = U^*AU$ と対角化すると、微分公式と似た形式で、

$$X = U\left(\left(\frac{1}{d_i + d_j}\right) \circ U^*YU\right)U^*$$

となることは、あまり触れられていませんので、関連性を見ておきたいと思います。ここで、左右の掛け算作用素を $\mathbf{L}_W Z = WZ$, $\mathbf{R}_W Z = ZW$ としますと、$W = D$ の場合には、各行や各列が等しい行列 (d_i), (d_j)（各 i, j 成分を表す）の Hadamard 積で、

$$\mathbf{L}_W Z = (d_i) \circ Z, \quad \mathbf{R}_W Z = (d_j) \circ W$$

となりますから、方程式の解であることが

$$U^*YU = DU^*XU + U^*XUD = (d_i + d_j) \circ U^*XU$$

より逆算して、

$$U^*XU = \left(\frac{1}{d_i + d_j}\right) \circ U^*YU$$

からわかります。積分表示は A の固有値の分布に依存しますから、むしろこちらの方がユニタリで対角化さえできれば一般的でシンプルな公式かもしれません。

このことから、逆に Lyapunov 方程式は、DK 公式からしばしば導出されることがわかります。実際、$F(x) = \sqrt{x}$、 $\gamma(0) = A^2$ とするならば、Löwner matrix は、$t = 0$ の時点で

$$\left(\frac{d_i - d_j}{d_i^2 - d_j^2}\right) = \left(\frac{1}{d_i + d_j}\right)$$

ですから、上記の設定では、DK 公式から

$$\frac{dF(\gamma)}{dt}(0) = U_0\left(\left(\frac{1}{d_i + d_j}\right) \circ U_0^*\dot{\gamma}(0)U_0\right)U_0^*$$

となって、この微分係数は、Lyapunov 方程式

$$AX + XA = \dot{\gamma}(0)$$

を満たすことがわかります。このように DK 公式は、方程式の出自さえ暗示してくれます。

5　カオス順序

最後に応用例の一つとして、正定値行列において、$\log A \leq \log B$ で与えられる, 再度注目され始めている**カオス順序** $A \ll B$ について関連を見ていきましょう。様々な特徴づけが議論されています ([7, 8, 9, 10]) が、$(x^a)' = x^a \log x$ という通常の微分公式から対数は出るものの、一般的には行列関数では導くのが難しそうであることはわかるでしょう。そこで、DK 公式が利用できる場面を見ておきましょう。

例えば正定値行列で次のような条件下で、カオス順序を示したいとしましょう:

$$(B^{1/2}A^{(1-t)/2}B^tA^{(1-t)/2}B^{1/2})^{1/2} \geq B \quad (\forall t > 1) \implies A \ll B.$$

DK 公式において、$t = 1$ の時点で、$F(x) = x^{1/2}$, $\gamma(t) = B^{t/2}A^{(1-t)/2}B^tA^{(1-t)/2}B^{1/2}$ を考えていることになります。B 自身は対角 $\mathrm{diag}(d_j)$ と仮定してかまいませんので、先ほども使いましたが、$t = 1$ の部分で、$U_1 = I$, すなわち、$\gamma(1) = B^2$ が対角行列 $\mathrm{diag}(d_j^2)$ になるので、公式は、

$$\frac{dF(\gamma)}{dt}(t_0) = \left(F^{[1]}(d_i^2, d_j^2)\right) \circ \dot{\gamma}(t_0)$$

と少しシンプルな形になります。Löwner matrix の部分は $\left(\frac{d_i-d_j}{d_i^2-d_j^2}\right)=\left(\frac{1}{d_i+d_j}\right)$ です。ここで、

$$\begin{aligned}\dot{\gamma}(t) = &-\frac{1}{2}B^{1/2}(\log A)A^{(1-t)/2}B^tA^{(1-t)/2}B^{1/2} + B^{1/2}A^{(1-t)/2}(\log B)B^tA^{(1-t)/2}B^{1/2} \\ &- \frac{1}{2}B^{1/2}A^{(1-t)/2}B^tA^{(1-t)/2}(\log A)B^{1/2} \\ \longrightarrow \dot{\gamma}(1) &= \frac{1}{2}B^{1/2}\left(B(\log B-\log A)+(\log B-\log A)B\right)B^{1/2} \\ &= \frac{1}{2}(\mathbf{L}_B+\mathbf{R}_B)(B^{1/2}(\log B-\log A)B^{1/2}) = \frac{1}{2}\big((d_i+d_j)\big)\circ(B^{1/2}(\log B-\log A)B^{1/2})\end{aligned}$$

ですから、DK 公式より

$$\begin{aligned}\frac{dF(\gamma)}{dt}(1) &= \left(F^{[1]}(d_i,d_j)\right)\circ\dot{\gamma}(1) \\ &= \left(\frac{1}{d_i+d_j}\right)\circ\left(\frac{1}{2}\big((d_i+d_j)\big)\circ(B^{1/2}(\log B-\log A)B^{1/2})\right) \\ &= \frac{1}{2}(B^{1/2}(\log B-\log A)B^{1/2}).\end{aligned}$$

一方、微分の定義から、

$$\frac{dF(\gamma)}{dt}(1) = \lim_{t\downarrow 1}\frac{B^{1/2}A^{(1-t)/2}B^tA^{(1-t)/2}B^{1/2})^{1/2}-B}{t-1} \geq 0$$

ですから、$B^{1/2}(\log B-\log A)B^{1/2}\geq 0$, すなわち、$\log A\leq\log B$ が得られます。

6 おわりに

あまり知られていない DK 公式についての簡単な紹介でしたが、日合-幸崎によるメタ平均理論 [1] の導入が、本格的にこの公式に目を向けられる一つの契機になったかと思われます： $U^*HU=\mathrm{diag}\,(s_i)$, $V^*KV=\mathrm{diag}\,(t_i)$ で非負定値行列を対角化した時、数値平均 $M(x,y)$ に対し、平均 $M(H,K)$ が以下のように決まります:

$$M(H,K)X = U\left(\big(M(s_i,t_j)\big)\circ(U^*XV)\right)V^*.$$

これは様々な不等式に応用例があるものでした。定義の時点では微分と無関係なのが不思議な感じですが。

ふりかえると私自身そうであったように、DK 公式が広く使われるようになれば、非可換な世界でもいろんな新しい風景が見えるように思われてなりません。この紹介文が少しでも新しい風景を見るのに役に立てられたなら幸いです。

参考文献

[1] R.Bhatia: “Positive Definite Matrices”, Princeton Univ. Press, 2007.

[2] R.Bhatia and J.A.R.Holbrook: Riemannian geometry and matrix geometric means, Linear Algebra. Appl., **423** (2006), 594–618.

[3] D.S.Bernstein, “Matrix Mathematics”, Princeton Univ. Press, 2009.

[4] J.I.Fujii, The Hiai-Petz geodesic for strongly convex norm is the unique shortest path, Sci. Math. Japon., **71**(2010), 19– 26 .

[5] J.I.Fujii, Structure of Hiai-Petz parametrized geometry for positive definite matrices, Linear Algebra. Appl., **432** (2010), 318–326.

[6] J.I.Fujii, Path of quasi-means as a geodesic, Linear Algebra. Appl., **434** (2011), 542–558.

[7] J.I.Fujii, T.Furuta, T.Yamazaki and M.Yanagida, Simplified proof of characterization of chaotic order via Specht’s ratio, Sci. Math., **2** (1999), 63–64.

[8] J.I.Fujii and Y.Seo, Characterizations of chaotic order associated with the Mond-Shisha difference, Math. Inequal. Appl., **5** (2002), 725–734.

[9] M.Fujii, M.Hashimoto, Y.Seo and M.Yanagida, Characterizations of usual and chaotic order via Furuta and Kantorovich inequalities, Sci. Math., **3**(2000), 405–418.

[10] M.Fujii, J.-F.Jiang and E.Kamei, Characterization of chaotic order and its application to Furuta inequality, Proc. Amer. Math. Soc., **125** (1997), 3655–3658.

[11] F.Hiai and H.Kosaki, “Means of Hilbert space operators”, Lecture Notes in Math., **vol. 1820** (2003), Springer-Verlag.

[12] F.Hiai and D.Petz, Riemannian metrics on positive definite matrices related to means, Linear Alg. Appl., **430** (2009), 3105–3130.

[13] F.Hiai and D.Petz, Riemannian metrics on positive definite matrices related to means II, Linear Alg. Appl., **436** (2012), 2117–2136.

[14] R.A.Horn and C.R.Johnson: “Topics in Matrix Analysis”, Cambridge Univ. Press, 1991.

[15] T.Kato, “Perturbation theory of linear operators”, Springer, 1966, Berlin-Heiderberg.

[16] K.Löwner, Über monotone matrix funktionen, Math. Z., **38** (1934), 177–216.

[17] K.B.Petersen and M.S.Pedersen, “Matrix Cookbook”, MIT.
`http://ebookbrowse.com/matrix-cookbook-pdf-d83334154`

＊　正会員申込用紙

正会員入会申込書

氏名		英語名	
次の 2 つのうち会報等を送付先とする方に ∘ を付けてお書きください			
所属先 住所	〒		
住所	〒		
専門分野	表 f *より選んで〇で囲って下さい f-1, f-2, f-3, f-4, f-5, f-6, f-7, f-8, f-9, f-10, f-11, f-12, f-13, f-14		
E-mail address		電話番号	
		Fax 番号	
会員区分 該当部分に チェック	☐ A1 一般 1 年　☐ A3 一般 3 年　☐ S-A1 高齢者又は学生 1 年 ☐ S-A3 高齢者又は学生 3 年　☐ 生涯会員		
所属先の システム	☐ ビデオ会議可能　☐ 遠隔会議可能　☐ コンピューターセンター		
所属先の 施設	☐ ISDN　☐ IP		
所属大学等が 機関委員	☐ 会員である　☐ 会員でない		
SCMJ のプリント版の購入			
☐ 希望 1 年会員 3,000 円、3 年会員 8,000 円**〔前払い〕			☐ 希望しない
高齢会員を 申し込む場合	生年月日		学生会員の場合は在学証を添付
日付			
私は ISMS 会員になり、国際数理科学協会に送り状に記載された年会費を払います。ISMS 会員として受け取った Scientiae Mathematicae Japonicae のコピーは個人使用とし、機関、大学または図書館やその他の組織の中に置かず、閲覧目的で会員購読することもしません。		署 名	

* Notices from the ISMS March 2008 p.25 を御参照下さい。**ただし、３年間一括の場合は 8,000 円です。
この申込みの内容は会との連絡以外には使用いたしません。

Application form for an individual member of ISMS

<table>
<tr><td>Family Name</td><td colspan="2"></td><td>First & Middle Name</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="5">Check one of the following addresses to which “ Notices from the ISMS ” should be sent.</td></tr>
<tr><td>Address of your institution (university)</td><td colspan="4">☐</td></tr>
<tr><td>Home address</td><td colspan="4">☐</td></tr>
<tr><td>Special fields*</td><td colspan="4">f-1 f-2 f-3 f-4 f-5 f-6 f-7 f-8 f-9 f-10 f-11 f-12 f-13 f-14</td></tr>
<tr><td rowspan="2">E-mail address</td><td colspan="2" rowspan="2"></td><td>Tel.</td><td></td></tr>
<tr><td>Fax</td><td></td></tr>
<tr><td>Membership category**
(Circle one)</td><td colspan="4">A1, A3, SA1, SA3, F1, F3, SF1, SF3, D1, D3, SD1, SD3, AL, FL, DL</td></tr>
<tr><td>Check the facilities your institution has.</td><td colspan="4">☐ Conference room(s) for video conference
☐ Computer center</td></tr>
<tr><td>Communication system of your institution</td><td colspan="4">☐ ISDN ☐ IP</td></tr>
<tr><td colspan="2">Is your institution (university) an Institutional Member of ISMS?</td><td colspan="3">☐ Yes ☐ No</td></tr>
<tr><td>☐ I subscribe to the printed version of SCMJ.</td><td colspan="4">☐￥3,000 (US$37, €27) per year for those members of A1, SA1, F1, and SF1 , D1 and SD1.
☐￥2,700 (US$34, €25) per year for those members of A3, SA3, F3, SF3, D3, SD3, AL, FL, and DL.
☐ In case A3, SA3, F3, SF3, D3, SD3, AL, FL, or DL members make the payment at a time in advance, the price for 3 years is ￥8,000 (US$100, €73).</td></tr>
<tr><td>For the aged member, write your birth year.</td><td colspan="2"></td><td colspan="2">For the student member, student registration certificate should be attached.</td></tr>
<tr><td>Date of Application</td><td colspan="4"></td></tr>
<tr><td colspan="5">I wish to enroll as a member of ISMS and will pay to International Society for Mathematical Sciences the annual dues upon presentation of an invoice. Copies of Scientiae Mathematicae Japonicae received as an ISMS member will be for my personal use only and shall not be placed in institutional, university or other libraries or organizations, nor can membership subscriptions be used for library purposes.</td></tr>
<tr><td>Signature</td><td colspan="4"></td></tr>
</table>

* See “Notices from the ISMS March 2008 p.25”. ** See “Notices from the ISMS March 2008 p.28”.

ISMS (JAMS の継続) 会員募集

ISMS の出版物 : ISMS は、創刊より約 60 年、国際的に高い評価を得ている Mathematica Japonica (M.J.) と、その姉妹誌で電子 Journal と Paper 誌とを持つ、Scientiae Mathematicae (SCM) とを発行してきました。両誌は合併して、"21 世紀 MJ/SCM New Series, Scientiae Mathematicae Japonicae (SCMJ) " として、電子版は 2000 年 9 月より発行してきました。印刷版は、1978 年 1 月より、年間 6 冊、700〜1200 頁を出版していましたが、最近の諸般の事情により本年からは年 3 回発行となりました。なお、全体として 260 巻を超える、日本で最大量を誇る数理科学の雑誌です。その特長は、下の 1)〜8) です。

1) Editorial Board には、国内だけでなく、海外 15 カ国の著名な研究者 40 名が参加している。
2) 世界の research group に論文が紹介され、積極的な交流が推進されている。
3) Editor を窓口として直接論文を投稿できて、迅速な referee 及び出版が得られる。
4) 有名な数理科学者の original paper や、研究に役立つ survey が、毎号載せられている。
5) SCMJ は、世界の有名数理科学者による、極めて興味ある expository paper を、毎号 International Plaza 欄に掲載している。世界各国の図書館へ、広く配布されている。
6) 投稿論文は、accept 後 (又は組版後) 待ち時間 0 で発行されます。
7) 別刷作成について、ページ数に無関係に一編について 100 (US$ 1) でお分けいたします。
8) Mathematical Reviews, Zentralblatt に from cover to cover で review されている。

ISMS の研究集会 : (1) 研究仲間がゆっくり時間をかけて発表、討論をする、特色ある参集型研究集会が毎年行われ、非会員も含む多数の参加者の、活発な研究交流の場となっている。(2)ISMS には内外の著名な研究者が多数入っておられる。近いうちに内外を結ぶ高い level の研究会が online で行われる事を期待している。（本誌 45 号 3p 及び Notices March 2006 9p を御参照下さい）ISMS の学術賞 : 会員の優れた論文を広く世界に紹介し、更なる研究を奨励するために、ISMS 賞、JAMS 賞、Shimizu 賞、Kunugui 賞、Kitagawa 賞を設けている。（詳しくは本誌 45 号 2p 会則 13 条を御参照下さい）

＜ ISMS の会員の特典＞１．SCMJ 電子版の購読 (print out も含む) 無料。２．SCMJ print 版の少額での購読 (下表１)。＜機関購読会員の特典＞ 1．機関内の 2 名の方を準会員として会費無料でほぼ会員と同じ権利を持つものとして登録することが出来る。

表１
【雑誌購読費】

	正会員（1 年）	正会員（3 年）	機関会員	定価
Print	￥3,000 US$ 37, €27	￥2,700* US$ 34, €25	￥ 18,000 US$225,€164	￥ 23,000 US$288,€210
Online	Free	Free		
Online+ print	￥3,000 US$37, €27	￥ 2,700 US$34, €25	￥ 18,000 US$225,€164	￥ 23,000 US$288,€210

*３年会員のみ、雑誌購読費 3 年分前払いの場合は￥8,000 (US$ 100, €73) になります。
著者の方には、SCMJ を 1 冊送料込みで 1,000 円または US＄12 で購入できます。

表２
【2012 年の会費】

Categories	国内会員	海外会員	途上国会員
単年度 A 会員	￥6,000	US$ 75, €55	US$ 45 , €33
3 年 A 会員	￥16,000	US$ 200, €147	US$ 120, €88
単年度 S 会員	￥4,000	US$ 50, €37	US$ 30, €22
3 年 S 会員	￥10,000	US$125, €92	US$ 74, €54
生涯会員**	￥60,000	US$ 750, €550	US$ 440, €323

**過去 10 年以上、正会員であった方に限る。
A 会員は正会員を指し、S 会員は、学生会員と高齢会員 (70 歳以上) を指します。

国際数理科学協会
International Society for Mathematical Sciences

〒 590-0075　堺市堺区南花田口町 2-1-18 新堺東ビル内
Tel : (072)222-1850 /　Fax : (072) 222-7987　　URL : http://www.jams.or.jp