



国際数理科学協会会報

No.68/ 2010. 3

編集委員： 藤井正俊(委員長)、藤井淳一

目次

- | | |
|---------------|-----------|
| * 寄稿 | * 機関会員募集 |
| * 2010 年度研究集会 | * 正会員申込用紙 |
| * 中ノ島センター使用登録 | * 会員募集 |
| * 在庫雑誌の案内 | |

* 寄稿

矩形行列の行列式について

中神 祥臣

1. はじめに

C. E. Cullis は 1913 年, 1918 年, 1925 年に渡って, カルカッタ大学で行った講義録をケンブリッジ大学出版より, 3 巻の大著「*Matrices and Determinoids*」として出版し, 第 I 巻の冒頭から, 矩形行列の行列式の値を計算するとき必要になる, 符号の与え方に関する議論を延々と行っている.

第 I 巻は全部で 429 ページまでであるから, この行列式に関する結果がたくさん書かれているようであるが, 記号などもこの本固有のものが多く, 読み通すには大変骨が折れる. 私自身は最初の 5, 6 ページであきらめてしまった. どうもこれは私だけではないようで, 1930 年に英国で出版された Thomas Muir 卿による「*Contributions to the History of Determinants, 1900-1920*」¹の中でも, 「Vol.I: ... It also bristles with words and phrases used in unfamiliar ways; all of these are carefully defined, ...」 「... there is safety in hazarding the conjecture that the extent will be limited as compared with that of its fellow-subject *Matrices*, or its prototype *Determinants*.」 「Vol.II: ... The term "determinoid" is almost entirely absent from it, whereas *determinants*, ...」などの文章が見受けられ, 読み難いだけでなく, 過剰な将来性は期待されていなかったようである.

しかし, この本が出版されたころはまだ行列式の教科書が少なかったせいとか, 1932 年に英国で出版された H.W.Turnbull と A.C.Aitken による共著の教科書「*An Introduction to the Theory of Canonical Matrices*」のまえがきには「The most complete accounts of the theory available are those of Muth (*Elementarteiler*, 1899) and Cullis (*Matrices and Determinoids*, Vol. I, II, III. 1913,1918, 1925). We have preferred to follow the lead of Cullis, who develops the theory in termes of the structure and properties of matrices - in matrix ideom, as it were, rather than in termes of bilinear and quadratic

¹安藤毅先生に教えていただいた.

forms, or linear substitutions.」 「We take the opportunity of acknowledging our indebtedness to the work of those writers who have given a sustained account of the theory, in one guise or another; in particular to Muth, as above, to Bromwich, Cullis (Vol. III of *Matrices and Determinoids*, 1925), and」 といった、かなり内容を評価する文章があるにも関わらず、その後、矩形行列のこの行列式が永く忘れ去られたままになったのはなぜなのだろうか。

私がこれを知ったのは旧友の統計学者柳井晴夫氏が「東大駒場の談話会」で矩形行列の行列式の話をするから、聞きにきてくれませんか」という一本の電話が切っ掛けになっている。氏は統計に現れる行列の研究をする中で、共同研究者の高根芳雄氏から、英国の統計学者 R.W.Farebrother の論文「A.C.Aitken and the Consolidation of Matrix Theory LAA, 264(1997), 3-12.」を識らされたい。この中に次のような文章がある。「Much non-standard terminology reduced its influence, but it was notable in several ways: in particular, he stressed rectangular matrices from the start (indeed, a "determinoid" was his extension of a determinant to such matrices, using the Laplace expansion).」 「a careful study of Cullis's work by a team of mathematicians concerned with the properties of the generalized inverses of matrices would pay dividends by offering insights into the nature of the subject and identifying possible sources of this and related concepts.」 柳井氏によると、Cullis の教科書の第 I 巻は、国内では東大の数理科学研究科と生産研の各図書室に 1 冊ずつしかない貴重品だそうである。

以下では、藤井正俊氏のお勧めに従って、この行列式の定義と、自分なりに解ってきたことの一端を紹介する。

2. 計算例

どんなものかを知っていただくために、簡単な計算例を挙げてみよう。

$$\begin{vmatrix} a \\ b \\ c \end{vmatrix} = a - b + c, \quad \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \\ e & f \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} a & b \\ e & f \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} c & d \\ e & f \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \\ e & f \\ g & h \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} a & b \\ e & f \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a & b \\ g & h \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} c & d \\ e & f \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} c & d \\ g & h \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} e & f \\ g & h \end{vmatrix}$$

3. 行列式の定義

ここでは、 n 次元複素ベクトル空間 \mathbb{C}^n の元を縦ベクトルを使って表す。とくに、 $\{e_1, e_2, \dots, e_n\}$ をその自然基底とする。

定義 1 (i) $1 \leq k \leq n$ とする。交代 k 線形汎関数 $D_{n,k} : \mathbb{C}^n \times \dots \times \mathbb{C}^n \rightarrow \mathbb{C}$ で規格条件：

$$D_{n,k}(e_{i_1}, e_{i_2}, \dots, e_{i_k}) = (-1)^{\sum_{j=1}^k (i_j - j)} \quad (i_1 < \dots < i_k)$$

を満たすものを Cullis 汎関数という。

(ii) $1 \leq k \leq n$ とする. 任意の $n \times k$ 行列 $X = (\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_k)$ に対して, Cullis 汎関数 $D_{n,k}$ の値 $D_{n,k}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_k)$ を行列 X の Cullis 行列式といい,

$$\det_{n,k}(X)$$

で表す.

n 次正方行列 X に対する行列式 $\det_{n,n}(X)$ を $\det_n(X)$ で表す.

$$\det_{n,n}(1_n) = D_{n,n}(\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \dots, \mathbf{e}_n) = (-1)^{\sum_{j=1}^n (j-j)} = 1$$

であるから, これは, n 次正方行列に対する通常の行列式である.

つぎに, この定義にしたがって, 前に挙げた例題の計算をしてみよう.

例題 2 (i)

$$\begin{aligned} \begin{vmatrix} a \\ b \\ c \end{vmatrix} &= D_{3,1}(a\mathbf{e}_1 + b\mathbf{e}_2 + c\mathbf{e}_3) = aD_{3,1}(\mathbf{e}_1) + bD_{3,1}(\mathbf{e}_2) + cD_{3,1}(\mathbf{e}_3) \\ &= a(-1)^{1-1} + b(-1)^{2-1} + c(-1)^{3-1} = a - b + c \end{aligned}$$

(ii)

$$\begin{aligned} \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \\ e & f \end{vmatrix} &= D_{3,2}(a\mathbf{e}_1 + c\mathbf{e}_2 + e\mathbf{e}_3, b\mathbf{e}_1 + d\mathbf{e}_2 + f\mathbf{e}_3) \\ &= abD_{3,2}(\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_1) + adD_{3,2}(\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2) + afD_{3,2}(\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_3) \\ &\quad + cbD_{3,2}(\mathbf{e}_2, \mathbf{e}_1) + cdD_{3,2}(\mathbf{e}_2, \mathbf{e}_2) + cfD_{3,2}(\mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3) \\ &\quad + ebD_{3,2}(\mathbf{e}_3, \mathbf{e}_1) + edD_{3,2}(\mathbf{e}_3, \mathbf{e}_2) + efD_{3,2}(\mathbf{e}_3, \mathbf{e}_3) \\ &= (ad - bc)D_{3,2}(\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2) + (af - be)D_{3,2}(\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_3) \\ &\quad + (cf - de)D_{3,2}(\mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3) \\ &= (ad - bc)(-1)^{(1-1)+(2-2)} + (af - be)(-1)^{(1-1)+(3-2)} \\ &\quad + (cf - de)(-1)^{(2-1)+(3-2)} \\ &= (ad - bc) - (af - be) + (cf - de) \\ &= \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} a & b \\ e & f \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} c & d \\ e & f \end{vmatrix} \end{aligned}$$

4. Cullis 符号

以後, 縦長の行列に関する行列式だけを扱う. そこで, 断らない限り, $1 \leq k \leq \ell \leq n$ であって, 集合 I, L, K を次のような添え字集合とする.

$$I = \{1, 2, \dots, n\}, \quad L = \{1, 2, \dots, \ell\}, \quad K = \{1, 2, \dots, k\}$$

さらに新たな添え字集合として,

$$\mathcal{C}_k^I = \{c \mid c \subset I, |c| = k\}, \quad \mathcal{C}_k^L = \{c \mid c \subset L, |c| = k\}$$

などの記号を頻繁に使う.

定義 3 各 $c \in \mathcal{C}_k^I$ に対して, 定義 1 の (i) で使われた値 $(-1)^{(\sum_{j \in c} j) - (k(k+1)/2)}$ を c の Cullis 符号といい, $\text{sgn}_I(c)$ で表す.

I の部分集合 $\{1, 2, \dots, k\}$ を K で表し, K から I への単射全体の集合を

$$S_k^I = \{\sigma \mid \sigma : K \rightarrow I; \text{単射}\}$$

とする. $n = k$ の場合には n 次対称群 S_n と同一視できる.

定義 4 各単射 $\sigma \in S_k^I$ に対して, $\sigma(K)$ の元を小さい順の並べたものを, i_1, i_2, \dots, i_k としたとき,

$$\text{sgn}_{n,k}(\sigma) = \text{sgn}_I(\sigma(K)) \text{sgn} \begin{pmatrix} i_1 & i_2 & \cdots & i_k \\ \sigma(1) & \sigma(2) & \cdots & \sigma(k) \end{pmatrix},$$

をの単射 σ の符号.

まず, 矩形行列の行列式の展開式として, 正方行列式の行列式の定義に使われることもある式を与える. この単射の符号はそのため用意したものである.

定理 5 $X = (x_{i,j})$ を $n \times k$ 行列とする. このとき,

$$\det_{n,k}(X) = \sum_{\sigma \in S_k^I} \text{sgn}_{n,k}(\sigma) x_{\sigma(1),1} \cdots x_{\sigma(k),k}.$$

証明 $X = (\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_k)$ とする. このとき, $\sigma(K)$ の元を小さい順に並べたものを i_1, \dots, i_k とすれば, $D_{n,k}(e_{\sigma(1)}, \dots, e_{\sigma(k)})$ は

$$\text{sgn} \begin{pmatrix} i_1 & i_2 & \cdots & i_k \\ \sigma(1) & \sigma(2) & \cdots & \sigma(k) \end{pmatrix} D_{n,k}(e_{i_1}, \dots, e_{i_k}) = \text{sgn}_{n,k}(\sigma)$$

と表せる. したがって,

$$\det_{n,k}(X) = D_{n,k}(\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_k) = \sum_{\sigma \in S_k^I} \text{sgn}_{n,k}(\sigma) x_{\sigma(1),1} \cdots x_{\sigma(k),k}.$$

■

5. 各種展開式

つぎに, $n \times k$ 行列 X の行のうち, 行の添え字が $c (\in \mathcal{C}_k^I)$ に属していない行はすべて 0 にしたり, 行の添え字が c に属するものだけを選んで, k 次正方形行列として取り出すときに使われる変換の説明をしておく.

定義 6 1. 各 $c \in \mathcal{C}_k^I$ に対して, \mathbb{C}^n から $\{e_j \mid j \in c\}$ の生成する部分空間への射影を P_c とする.

2. つぎに, \mathbb{C}^k の自然基底 $\{e_1^K, \dots, e_k^K\}$ を肩に K を付けて表す. $c \in \mathcal{C}_k^I$ に対して, その元を小さい順に並べた i_1, i_2, \dots, i_k を用いて, \mathbb{C}^k から \mathbb{C}^n への等長変換 $e_j^K \mapsto e_{i_j}$ ($j = 1, \dots, k$) を E_c で表す.

ここでの E_c は $(e_{i_1}, \dots, e_{i_k})$ と表せる, $n \times k$ 行列である. つぎに, 矩形行列の行列式を計算するときに, 最も良く利用される式を示す.

定理 7 (基本定理) $1 \leq k \leq n$ とし, X を $n \times k$ 行列とする. このとき,

1. $\det_{n,k}(P_c X) = \text{sgn}_I(c) \det_k(E_c^* X)$
2. $\det_{n,k}(P_c X) = \det_n((X, E_{I \setminus c}))$
3. $\det_{n,k}(X) = \sum_{c \in \mathcal{C}_k^I} \det_{n,k}(P_c X)$

最初の計算例において, 矩形行列の行列式の計算を正方行列の行列式の計算に帰着させる展開式はこの基本定理の 1 と 3 を組み合わせ得られている. ここでの Cullis 行列式の定義は, ラプラス展開が旨く行くように, 正方行列の行列式を矩形行列へ一般化したものと見ることができる. その最初の証は定義 3 で与えた Cullis 符号の定義の仕方にある. ここではこれに Cullis 符号という名前を付けたが, 実は正方行列のラプラス展開の中に既に現れていた符号なのである.

定理 8 (一般ラプラス展開) $1 \leq k < \ell \leq n$ とし, X を $n \times \ell$ 行列とする. このとき, $\det_{n,\ell}(X)$ は, 各 $d \in \mathcal{C}_k^L$ に対して, 次のように展開される.

$$\text{sgn}_L(d) \sum_{c \in \mathcal{C}_k^I} \text{sgn}_I(c) \det_k(E_c^* X E_d^L) \det_{n-k, \ell-k}(E_{I \setminus c}^* X E_{L \setminus d}^L)$$

つぎに, 展開式ではないが, Cullis 自身による結果として, 有用なものを挙げておく.

命題 9 (Cullis) $1 \leq k \leq n$ とし, X を $n \times k$ 行列とする. このとき

$$\det_{n,k+1}((X, \mathbf{1})) = \begin{cases} \det_{n,k}(X) & (n-k \text{ 奇数}) \\ 0 & (n-k \text{ 偶数}) \end{cases}$$

ただし, $\mathbf{1}$ は成分がすべて 1 の列ベクトルである.

6. 結び

$n \times k$ 行列 $X = (\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_k)$ の極分解 $V|X|$ に対して, $\det_{n,k}(X) = \det_{n,k}(V) \det_k(|X|)$ が成り立つ. このとき, $\det_k(|X|)$ は k 個の n 次元列ベクトルの張る平行多面体の体積を表している. ここで, $n \times k$ 行列 V を k 次元空間から n 次元空間の中への半等長変換と考えると, 値 $\det_{n,k}(V)$ は埋め込まれた空間の直交座標系の選び方に依存する. たとえば, V の列ベクトルの全体が例え 1 次独立であっても, その値は正, 0, 負だけでなく様々な値をとり得るのである. この事実が, 矩形行列の行列式 $\det_{n,k}(X)$

の利用を難しくしているが、 X が実行列の場合には、回転群 $SO(n)$ 上の規格ハール測度 μ を用いて、行列式の値を平均すると、

$$\int_{SO(n)} \det_{n,k}(UX) d\mu(U) = \begin{cases} \det_n(X) & (k = n) \\ 0 & (k < n) \end{cases}$$

が成り立ち、行列式の値は綺麗な指向性をもつことがわかる。この事実からも、Cullis 行列式は自然な数学的对象の一つと考えられ、今後様々な分野と接点をもつことが期待される。現在では、Farebrother が示唆したように、ようやく一般逆行列との関係がわかり始めたところで、それ以外の分野への応用例は全く知られていない。

7. 引用文献

1. C. E. Cullis : *Matrices and Determinoids*, Vol. I, xii+429, Cambridge Univ. Press, 1913 ;
ibid. Vol. II, xxiii+555, 1918 ; ibid. Vol. III, xviii+681, 1925.
2. Y. Nakagami and H. Yanai : On Cullis' determinant for rectangular matrices, *Linear Algebra and its Appl.* **422** (2007), 422-441.
3. Y. Nakagami : On left multiplicativity of Cullis' determinant for rectangular matrices,
preprint in 2008.

* 2010 年度研究集会

ご案内しましたように、本年は大阪大学工学研究科八木厚志先生のお世話で大阪大学で行います。日程等は未定ですが、開催を予定しているグループはその旨八木先生か協会宛連絡して準備を始めてください。ここ数年は発表グループが固定しているようですが、広がることを願っています。

* 中ノ島センター使用登録

今回の理事総会を従来のように阪大中ノ島センターで開催するようになっていますが、今回から寺岡義伸会員のご好意によりセンターの部屋を借りるさい先生の氏名を当分の間遣わせて頂くことになりました。この場をお借りして、お知らせいたします。

* 在庫雑誌の案内

協会事務の部屋が海外からの雑誌で手狭になってきています。そこで希望の会員または所属する大学等に、**無償**でお分けすることになりました。前回送られてきている雑誌全部の表題をお知らせしましたが、今回からはその一部を掲載いたします。全部に興味がおありのときは、**会報 No.67(2010)**をご覧ください。ご希望がありましたら、pbis@jams.jp にご連絡下さい。**送料は負担**でお送りいたします。3月以降は会員個人でも結構です。皆様方のご協力をお願い致します。

雑誌 (a)

- 1 . Serdica mathematical journal
- 2 . Colloquium mathematicum
- 3 . Monatshefte fur mathematik
- 4 . Milan journal of mathematics
- 5 . Naval research logistics NRL a journal dedicated to advances in operations and logistics research
- 6 . Rendiconti del seminario matematico universita e politecnico torino
- 7 . Analytic function spaces properties of operation and duality
- 8 . Iranian Journal of fuzzy systems
- 9 . Publicationes mathematicae Debrecen
10. Boletim da sociedade paranaense de matematica
11. Annali dell'universita di ferrara scienze matematiche

雑誌 (b)

1. Acta scientiarum mathematicarum
2. Numerical mathematics A journal of Chinese universities
3. University of istanbull faculty of science the journal of mathematics, physics and Astronomy
4. Academie serbe des sciences et des arts bulletin T.CXXXI—sciences mathematique
5. Glasnik matematica
6. Annali dell'universita di ferrara nuova serie scienze matematiche
7. Divulgaciones matematicas
8. Dirasat engineering sciences
9. Tamkang journal of mathematics
10. Annals de L'institute Fourier
11. Bollettino della unione matematica italiana sezione (A, B)

希望雑誌申込書

氏名		所属		電話番号	
				e-mail	
送り先					
雑誌名					
例えば 1) a-3 題目 2) R-1 題目 のように記入して下さい。					

* 機関会員募集

機関会員の特典としては

- (1)本屋より SCMJ を購入すると、print 版 45,000 円ですが、機関会員になると、print 版 33,000 円で **online も見ることができます。**
- (2)会員でない 2 名の方を準会員（会費不要）として登録することができます。これにより、page charge（別刷代金）が会員と同じ扱いになります。
- (3)上の準会員 2 名は online で SCMJ を見る事ができます。
- (4) Net を用いて国際研究集会を催す時、アナウンス、アブストラクトの作成などお助けいたします。

大学、研究所等が協会から SCMJ 誌の直接購入すると、online も無料で見るできるようになりました。下は機関会員の申込用紙です。適当にお使い下さい。

上にも書きましたように、2006 年より発効の機関会員制度により各機関会員に所属の研究者 2 名を会費無料で準会員として登録しますと、準会員が SCMJ に accept された論文を掲載するときの page charge（別刷代金）は会員と同額とすることにしました。

この新しい制度の機関会員の P.R. を、日本国内外（BRICS 諸国など）400 大学に向けて、数年前から始めています。同時に今迄の SCMJ 投稿者で会員でない方、また、個人会員および（機関会員の）準会員加入の P.R. も始めています。

Application for Academic and Institutional Member of ISMS

Subscription of SCMJ	□Print + Online (¥33,000, US\$300)
University (Institution)	
Department	
Postal Address where SCMJ should be sent.	
E-mail address	
Person in charge	Name: Signature:
Payment Check one of the two.	□Bank transfer □Credit Card (Visa, Master)
Name of Associate Members	1.
	2.

正会員の特典としては(1)onlineでSCMJをみることが出来ます。(2)論文の掲載時にpage charge(別刷代金)が随分と安くなる。

(3) Netを用いて国際研究集会を催す時、アナウンス、アブストラクトの作成などお助けいたします。6,000円を支払うと、hard-copyのSCMJが一年を通じて手に入ります。

(4) 10年間個人会員を続けると、国内会員は70,000円、外国会員はUS\$600、途上会員はUS\$500を支払うと生涯会員となれます。

2008年度からの会費

Categories	国内会員	海外会員	途上国会員
単年度A会員	¥9,000	US\$75, €60	US\$117, €93
3年A会員	¥24,000	US\$200, €160	US\$117, €93
単年度S会員	¥5,000	US\$40, €32	US\$27, €21
3年S会員	¥12,000	US\$100, €80	US\$71, €57
生涯会員	¥90,000	US\$740, €592	US\$616, €493

日本語が出来る方の入会の申込用紙です。また、英語版も書いて頂くことになります。近く Net 上で申し込み可能となるようにしますので、入会しようとする方はそれをご利用下さい。

*** 正会員申込用紙**

正会員入会申込書

氏名			英語名		
次の2つのうち会報等を送付先とする方に○を付けてお書き下さい。					
所属先 住所	〒				
住所	〒				
専門分野	表 f*より選んで○で囲って下さい f-1, f-2, f-3, f-4, f-5, f-6, f-7, f-8, f-9, f-10, f-11, f-12, f-13, f-14				
E-mail address			電話番号		
			Fax 番号		
会員区分 該当部分にチ ェック	<input type="checkbox"/> A1 一般1年 <input type="checkbox"/> A3 一般3年 <input type="checkbox"/> S-A1 高齢者又は学生1年 <input type="checkbox"/> S-A3 高齢者又は学生3年 <input type="checkbox"/> 生涯会員				
所属先の 施設	<input type="checkbox"/> ビデオ会議可能 <input type="checkbox"/> 遠隔会議可能 <input type="checkbox"/> コンピューターセンター				
所属先の 通信システム	<input type="checkbox"/> ISDN <input type="checkbox"/> IP				
所属大学等が 機関会員	<input type="checkbox"/> 会員である <input type="checkbox"/> 会員でない				
SCMJのプリント版の購入					
<input type="checkbox"/> 希望 1年に付き 1年会員 9,000円、3年会員 8,000円**			<input type="checkbox"/> 希望しない		
高齢会員を申 し込む場合	生年月日	学生会員の場合は在学証を添付			
日付					
私は ISMS 会員になり、国際数理科学協会に送り状に記載された 年会費を払います。ISMS 会員として受け取った Scientiae Mathematicae Japonicae のコピーは個人使用とし、機関、大学また は図書館やその他の組織の中に置かず、閲覧目的で会員購読する こともしません。			署名		

* Notices from the ISMS March 2008 p.25 を御参照下さい。**ただし、3年間一括の場合は24,000円です。この申込みの内容は会との連絡以外には使用いたしません。

Application form for an individual member of ISMS

Family Name		First & Middle Name	
Check one of the following addresses to which "Notices from the ISMS" should be sent.			
Address of your institution (university)	<input type="checkbox"/>		
Home address	<input type="checkbox"/>		
Special fields*	f-1 f-2 f-3 f-4 f-5 f-6 f-7 f-8 f-9 f-10 f-11 f-12 f-13 f-14		
E-mail address		Tel.	
		Fax	
Membership category** (Circle one)	A1, A3, SA1, SA3, F1, F3, SF1, SF3, D1, D3, SD1, SD3, AL, FL, DL		
Check the facilities your institution has.	Conference room(s) for video conference Computer center		
Communication system of your institution	<input type="checkbox"/> ISDN <input type="checkbox"/> IP		
Is your institution (university) an Institutional Member of ISMS?	<input type="checkbox"/> Yes <input type="checkbox"/> No		
I subscribe to the printed version of SCMJ.	<input type="checkbox"/> ¥6,000 (US\$60, €48) per year for those members of A1, SA1, F1, and SF1, D1 and SD1. <input type="checkbox"/> ¥5,500 (US\$55, €44) per year for those members of A3, SA3, F3, SF3, D3, SD3, AL, FL, and DL. <input type="checkbox"/> In case A3, SA3, F3, SF3, D3, SD3, AL, FL, or DL members make the payment at a time in advance, the price for 3 years is ¥15,000 (US\$150, €120).		
For the aged member, write your birth year.		For the student member, student registration certificate should be attached.	
Date of Application			
I wish to enroll as a member of ISMS and will pay to International Society for Mathematical Sciences the annual dues upon presentation of an invoice. Copies of Scientiae Mathematicae Japonicae received as an ISMS member will be for my personal use only and shall not be placed in institutional, university or other libraries or organizations, nor can membership subscriptions be used for library purposes.			
Signature			

* Notices from the ISMS March 2008 p.25 を御参照下さい。

**Notices from the ISMS March 2008 p.28 を御参照下さい。

ISMS (JAMSの継続) 会員募集

ISMS の出版物：ISMS は、創刊より約 60 年、国際的に高い評価を得ている Mathematica Japonica (M.J.) と、その姉妹誌で電子 Journal と Paper 誌とを持つ、Scientiae Mathematicae (SCM) とを発行してきました。両誌は合併して、“21 世紀 MJ/SCM New Series, Scientiae Mathematicae Japonicae (SCMJ)”として、電子版は 2000 年 9 月より発行してきました。印刷版は、1978 年 1 月より、年間 6 冊、700～1200 頁を出版しています。全体として 230 巻を超える、日本で最大量を誇る数理科学の雑誌です。その特長は、下の 1)～7)です。

- 1) Editorial Board には、国内だけでなく、海外 15 カ国の著名な研究者 40 名が参加している。
- 2) 世界の research group に論文が紹介され、積極的な交流が推進されている。
- 3) Editor を窓口として直接論文を投稿できて、迅速な referee 及び出版が得られる。
- 4) 有名な数理科学者の original paper や、研究に役立つ survey が、毎号載せられている。
- 5) SCMJ は、世界の有名数理科学者による、極めて興味ある expository paper を、毎号 International Plaza 欄に掲載している。世界各国の図書館へ、広く配布されている。
- 6) 投稿論文は、accept 後 (又は組版後) 待ち時間 0 で発行されます。
- 7) Mathematical Review, Zentralblatt に from cover to cover で review されている。

ISMS の研究集会：(1)研究仲間がゆっくり時間をかけて発表、討論をする、特色ある参集型研究集会が毎年行われ、非会員も含む多数の参加者の、活発な研究交流の場となっている。(2)ISMS には内外の著名な研究者が多数入っておられる。近いうちに内外を結ぶ高い level の研究会が online で行われる事を期待している。(本誌 45 号 3p 及び Notices March 2006 9p を御参照下さい)

ISMS の学術賞：会員の優れた論文を広く世界に紹介し、更なる研究を奨励するために、ISMS 賞、JAMS 賞、Shimizu 賞、Kunugui 賞、Kitagawa 賞を設けている。(詳しくは本誌 45 号 2p 会則 13 条を御参照下さい)

< ISMS の会員の特典 > 1 . SCMJ 電子版の購読 (print out も含む) 無料。2 . SCMJ print 版の少額での購読 (下表 1)。3 . Page charge(別刷代金)の discount (下表 2)。

< 機関購読会員の特典 > 1 . 機関内の 2 名の方を準会員として会費無料で登録することが出来る。2 . 準会員は会員と同じ page charge(別刷代金)の discount を受けることが出来る。

表 1
【雑誌購読費】

	正会員 (1 年)	正会員 (3 年)	機関会員	定価
Print	¥ 6,000 US\$ 60, €48	¥ 5,500* US\$ 55, €44	¥ 33,000 US\$ 300, €240	¥ 45,000 US\$ 400, €320
Online	Free	Free		
Online+print	¥ 6,000 US\$ 60, €48	¥ 5,500 US\$ 55, €44	¥ 33,000 US\$ 300, €240	¥ 45,000 US\$ 400, €320

* 3 年会員のみ、雑誌購読費 3 年前分払いの場合は ¥ 15,000 になります。

著者の方には、SCMJ を 1 冊送料込みで 1,200 円または US \$ 12 で購入できます。

表 2
【ページチャージ】

	ISMS members	Non-members
p	¥ 3,500 (US\$35, € 23)	¥ 4,000 (US\$40, €27)
Tex	¥ 2,000 (US\$20, € 14)	¥ 2,500 (US\$25, €17)
LateX2e, LaTeX	¥ 700 (US\$ 7, € 4)	¥ 1,000 (US\$10, € 7)
Js (ISMS style file)	¥ 500 (US\$ 5, € 3)	¥ 800 (US\$ 8, € 5)

別刷作成について、次の費用の分担をお願いします。原稿の組版についての連絡費、抜刷送料等の事務処理として、一編について ¥ 1,000、及び上表の各原稿の種類による組版費を請求させていただきます。

(2008 年 Vol.67 から実施)

表 3
【2008 年の会費】

Categories	国内会員	海外会員	途上国会員
単年度 A 会員	¥9,000	US\$ 75, €60	US\$ 45, €36
3 年 A 会員	¥24,000	US\$ 200, €160	US\$ 117, €93
単年度 S 会員	¥5,000	US\$ 40, €32	US\$ 27, €21
3 年 S 会員	¥12,000	US\$ 100, €80	US\$ 71, €57
生涯会員**	¥90,000	US\$ 740, €592	US\$ 616, €493

**過去 10 年以上、正会員であった方に限る。

A 会員は正会員を指し、S 会員は、学生会員と高齢会員(70 歳以上)を指します。

国際数理科学協会

International Society for Mathematical Sciences

〒590-0075 堺市堺区南花田口町 2-1-18 新堺東ビル内

Tel: (072)222-1850 / Fax: (072)222-7987

URL: <http://www.jams.or.jp>